

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

1.	Кафедра	Математики, физики и информационных технологий
2.	Направление подготовки	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
3.	Направленность (профили)	Математика. Информатика
4.	Дисциплина (модуль)	Б1.О.03.07 Элементарная математика
5.	Форма обучения	очная
6.	Год набора	2023

I. Методические рекомендации

1.1 Методические рекомендации по организации работы студентов во время проведения лекционных занятий

- В ходе лекций преподаватель излагает и разъясняет основные, наиболее сложные понятия темы, а также связанные с ней теоретические и практические проблемы, дает рекомендации для практического занятия и указания для выполнения самостоятельной работы.
- В ходе лекционных занятий обучающемуся необходимо вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание изучаемой дисциплины, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве.
- Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Рекомендуется активно задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

1.2 Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

- На практическом занятии студенты решают задачи под руководством преподавателя. Семинар проводится по узловым и наиболее сложным вопросам (темам, разделам) учебной программы.
- Практические занятия посвящены изучению наиболее важных тем учебной дисциплины. Они служат для закрепления изученного материала, развития умений и навыков подготовки докладов, сообщений, приобретения опыта устных публичных выступлений, ведения дискуссии, аргументации и защиты выдвигаемых положений, а также для контроля преподавателем степени подготовленности студентов по изучаемой дисциплине.
- В ходе подготовки к практическим занятиям следует изучить основную и дополнительную литературу, учесть рекомендации преподавателя и требования рабочей программы.
- Можно подготовить свой конспект ответов по рассматриваемой тематике, подготовить тезисы для выступлений по всем учебным вопросам, выносимым на занятие. Следует продумать примеры с целью обеспечения тесной связи изучаемой теории с реальной практикой. Можно дополнить список рекомендованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы.

1.3 Методические рекомендации к самостоятельной работе обучающихся

- Самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).
- Самостоятельная работа студентов (далее – СРС) в ВУЗе является важным видом учебной и научной деятельности студента. СРС играет значительную роль в рейтинговой технологии обучения. Обучение

в ВУЗе включает в себя две, практически одинаковые по объему и взаимовлиянию части – процесса обучения и процесса самообучения. Поэтому СРС должна стать эффективной и целенаправленной работой студента.

- К современному специалисту общество предъявляет достаточно широкий перечень требований, среди которых немаловажное значение имеет наличие у выпускников определенных способностей и умения самостоятельно добывать знания из различных источников, систематизировать полученную информацию, давать оценку конкретной ситуации. Формирование такого умения происходит в течение всего периода обучения через участие студентов в практических занятиях, выполнение контрольных заданий и тестов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ. При этом СРС играет решающую роль в ходе всего учебного процесса.
- В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления, саморефлексии и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.
- Формы самостоятельной работы студентов разнообразны. Они включают в себя:
 - изучение учебной, научной и методической литературы, материалов периодических изданий с привлечением электронных средств официальной, статистической, периодической и научной информации;
 - подготовку докладов и рефератов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ;
 - участие в работе студенческих конференций, комплексных научных исследованиях.
- Самостоятельная работа приобщает студентов к научному творчеству, поиску и решению актуальных современных проблем.
- Основной формой самостоятельной работы студента является изучение конспекта лекций, их дополнение, рекомендованной литературы, активное участие на практических и семинарских занятиях.

Чтение учебника

- Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного понимания предыдущего, производя на бумаге все вычисления (в том числе и те, которые ради краткости опущены в учебнике) и выполняя имеющиеся в учебнике чертежи.
- Особое внимание следует обращать на определение основных понятий. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно.
- Необходимо помнить, что каждая теорема состоит из предположений и утверждения. Все предположения должны обязательно использоваться в доказательстве. Нужно добиваться точного представления о том, в каком месте доказательства использовано каждое предположение теоремы. Полезно составлять схемы доказательств сложных теорем. Правильному пониманию многих теорем помогает разбор примеров математических объектов, обладающих и не обладающих свойствами, указанными в предположениях и утверждениях теорем.
- При изучении материала по учебнику полезно вести конспект, в который рекомендуется вписывать определения, формулировки теорем, формулы, уравнения и т. д. На полях конспекта следует отмечать вопросы, выделенные студентом для получения письменной или устной консультации преподавателя.
- Письменное оформление работы студента имеет исключительно важное значение. Записи в конспекте должны быть сделаны чисто, аккуратно и расположены в определенном порядке. Хорошее внешнее оформление конспекта по изученному материалу не только приучит студента к необходимому в работе порядку, но и позволит ему избежать многочисленных ошибок, которые происходят из-за небрежных, беспорядочных записей.
- Выводы, полученные в виде формул, рекомендуется в конспекте подчеркивать или обводить рамкой, чтобы при перечитывании конспекта они выделялись и лучше запоминались. Опыт показывает, что многим студентам помогает в работе составление листа, содержащего важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы курса. Такой лист не только помогает запомнить формулы, но и может служить постоянным справочником для студента.

Самопроверка

- После изучения определенной темы по учебнику и решения достаточного количества соответствующих задач студенту рекомендуется воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки и доказательства теорем. Вопросы для самопроверки, приведенные в настоящем пособии, даны с целью помочь студенту в повторении, закреплении и проверке прочности усвоения изученного материала. В случае необходимости надо еще раз внимательно разобраться в материале учебника, решить ряд задач.
- Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный раздел.

1.4 Проведение занятий в интерактивной форме

- Интерактивное обучение представляет собой способ познания, осуществляемый в формах совместной деятельности обучающихся, т.е. все участники образовательного процесса взаимодействуют друг с другом, совместно решают поставленные проблемы, моделируют ситуации, обмениваются информацией, оценивают действие коллег и свое собственное поведение, погружаются в реальную атмосферу делового сотрудничества по разрешению проблем.
- Интерактивная форма обучения реализуется в виде коллективных решений творческих задач.
- Коллективные решения творческих задач. Под творческими заданиями понимаются такие учебные задания, которые требуют от обучающихся не простого воспроизводства информации, а творчества, поскольку задания содержат больший или меньший элемент неизвестности и имеют несколько подходов, несколько методов решения.

1.5 Методические рекомендации по решению задач, в том числе дополнительных

- Важным критерием усвоения теории является умение решать задачи на пройденный материал.
- При решении задач нужно обосновать каждый этап решения исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения, то он должен сравнить их и выбрать из них самый лучший. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения.
- Решения задач и примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Чертежи можно выполнять от руки, но аккуратно и в соответствии с данными условиями. Если чертеж требует особо тщательного выполнения (например, при графической проверке решения, полученного путем вычислений), то следует пользоваться линейкой, транспортиром, лекалом и указывать масштаб.
- Решение каждой задачи должно доводиться до ответа, требуемого условием, и по возможности в общем виде с выводом формулы. Затем в полученную формулу подставляют числовые значения.
- В промежуточных вычислениях не следует вводить приближенные значения корней, числа π и т. п.
- Полученный ответ следует проверять способами, вытекающими из существа данной задачи. Если, например, решалась задача с конкретным физическим или геометрическим содержанием, то полезно, прежде всего, проверить размерность полученного ответа. Полезно также, если возможно, решить задачу несколькими способами и сравнить полученные результаты.
- Решение задач определенного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.
- Перед решением задачи должно быть полностью приведено ее условие. Само решение следует сопровождать необходимыми расчетами и пояснениями с указанием применяемых формул, анализом и выводами.
- Работа должна быть оформлена аккуратно, написана разборчиво без помарок, зачеркиваний и сокращений слов.

1.6 Методические указания по подготовке к решению кейсов – практических ситуаций

- Кейс (в переводе с англ. – случай) представляет собой проблемную ситуацию, предлагаемую студентам в качестве задачи для анализа и поиска решения. Обычно кейс содержит схематическое словесное описание ситуации, статистические данные, а также мнения и суждения о ситуациях, которые трудно предсказать или измерить. Кейс, охватывает такие виды речевой деятельности как чтение, говорение и письмо.
- Кейсы наглядно демонстрируют, как на практике применяется теоретический материал. Данный материал необходим для обсуждения предлагаемых тем, направленных на развитие навыков общения и повышения профессиональной компетенции. Зачастую в кейсах нет ясного решения проблемы и достаточного количества информации.
- Анализ кейса должен осуществляться в определенной последовательности:
 - Выделение проблемы.
 - Поиск фактов по данной проблеме.
 - Рассмотрение альтернативных решений.
 - Выбор обоснованного решения.

1.7 Методические рекомендации по выполнению домашних и индивидуальных заданий

- Домашние задания по курсу выполняются обучающимися самостоятельно в отдельной тетради или в тетради для практических занятий.
- Домашние задания ориентированы на закрепление теоретического материала, изученного в ходе лекционного занятия и отработанного на практических занятиях по каждой теме курса.
- При выполнении домашнего задания обучающийся должен повторить теоретический материал лекции по данной теме; разобрать задания, выполненные на практическом занятии; записать условие задания

в тетрадь; полно и с обоснованием действий выполнить решение заданий; при необходимости привести необходимые уточнения (формулы, теоремы, утверждения), на основе которых проводилось решение; записать ответ или вывод.

- Все индивидуальные задания необходимо защитить в устной форме, ответив на вопросы преподавателя по выполнению заданий и обоснованию приведенного решения.

1.8 Методические рекомендации по выполнению контрольных работ

- Контрольные работы по данной дисциплине выполняются в отдельных тетрадях для контрольных работ или на отдельных листах, которых хранятся у преподавателя; в них же обучающийся выполняет работу над допущенными ошибками в случае неудовлетворительного выполнения контрольной работы или дополнительное задание для допуска к пересдаче контрольной работы.
- Контрольная работа считается зачтенной, если правильно выполнено не менее 60% заданий.
- Задания контрольной работы выполняются аккуратно, последовательно, обоснование решения и ответ обязательны в каждом задании.
- При написании работы можно использовать черновик.
- При выполнении контрольных работ не допускается использование мобильных устройств, гаджетов, калькуляторов, учебной литературы.

1.9 Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзамена

- Экзамен осуществляется в рамках завершения изучения дисциплины (модуля) и позволяет определить качество усвоения изученного материала, а также степень сформированности компетенций.
- Студенты обязаны сдавать экзамен в строгом соответствии с утвержденными учебными планами, разработанными согласно образовательным стандартам высшего образования.
- По данной дисциплине экзамен принимается по билетам, содержащим два вопроса. Экзаменационные билеты утверждаются на заседании кафедры.
- Экзаменатору предоставляется право задавать студентам вопросы в рамках билета, а также, помимо теоретических вопросов, предлагать задачи практико-ориентированной направленности по программе данного курса.
- При явке на экзамен студенты обязаны иметь при себе зачетную книжку, которую они предъявляют экзаменатору в начале экзамена.
- Рекомендуется при подготовке к экзамену опираться на следующий план:
 1. Просмотреть программу курса, с целью выявления наиболее проблемных тем, вопросов, которые могут вызвать трудности при подготовке к экзамену.
 2. Темы необходимо изучать последовательно, внимательно обращая внимание на описание вопросов, которые раскрывают ее содержание. Начинать необходимо с первой темы.
 3. После работы над первой темой необходимо ответить на вопросы для самоконтроля и решить задания к ней. При этом для эффективного закрепления информации решить задания первый раз лучше без использования учебных материалов, второй раз с их использованием.

II. Планы практических занятий

Тема 1. Арифметика

План:

1. Натуральные числа и их свойства.
2. Свойства делимости.
3. Основная теорема арифметики.
4. НОД и НОК. Алгоритм Евклида.
5. Представление рациональных чисел в виде g -ичной дроби.
6. Критерий обращения обыкновенной дроби в конечную, чисто периодическую и смешанную периодическую g -ичную дробь.
7. Метод математической индукции.

Литература: [2, с. 10-37]; [5, с. 123-439].

Вопросы для самоконтроля:

1. Сформулируйте основную теорему арифметики.
2. Какие числа называются простыми, какие составными?
3. Верно ли утверждение, что любое натуральное число является либо простым, либо составным?
4. Сформулируйте признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 11.
5. Сформулируйте признак делимости на любое составное число.
6. Сформулируйте правило преобразования десятичной дроби в обыкновенную несократимую дробь.

7. Приведите алгоритм нахождения наименьшего общего кратного.
8. Приведите алгоритм нахождения наибольшего общего делителя.
9. В чем суть алгоритма Евклида?
10. Приведите алгоритм доказательства методом математической индукции.

Задания для самостоятельной работы:

1. Преобразовать десятичные дроби в несократимые обыкновенные: а) $0,(27)$, б) $4,5(6)$.
2. Найдите все числа вида $\overline{56x3y}$, делящиеся на 36.
3. Докажите, используя метод полной индукции, что произведение четырех последовательных натуральных чисел делится на 24.
4. Докажите, используя метод математической индукции, что для любого натурального числа n истинно утверждение: $4^n + 15n - 1$ делится на 3.
5. Используя алгоритм распознавания простых чисел, установите, какие из чисел 253, 563, 863 и 977 являются простыми.
6. Найдите наибольший общий делитель чисел с помощью алгоритма Евклида: 4 709 и 6 188.
7. Найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел, представив их в каноническом виде: 144 и 324.
8. Докажите, используя метод полной индукции, что при любом натуральном n число $n^3 - 7n + 6$ делится на 6.

Тема 2. Комбинаторика

План:

1. Бином Ньютона. Комбинаторное правило умножения. Комбинаторное правило сложения.
2. Основная задача комбинаторики.
3. Сочетания, размещения и перестановки без повторений.
4. Сочетания, размещения и перестановки с повторениями.
5. Комбинаторные задачи на вычисление вероятности.
6. Комбинаторные тождества.

Литература: [2, с. 286-300]; [5, с. 123-439].

Вопросы для самоконтроля:

4. Что такое комбинаторика?
5. Сформулируйте комбинаторное правило сложения.
6. Сформулируйте комбинаторное правило умножения.
7. В чем суть задач об одной комбинации и о разбиении на группы?
8. Сформулируйте алгоритм составления перестановок.
9. Сформулируйте алгоритм составления сочетаний.
10. Сформулируйте алгоритм составления размещений.
11. Запишите формулы для подсчета числа перестановок, сочетаний и размещений.
12. Какие приемы используются при решении комбинаторных задач?
13. В чем особенности их решения?

Задания для самостоятельной работы:

1. Решить уравнение: $5C_m^3 = C_{m+2}^4$
2. Двузначное число составляют из цифр 0, 1, 4, 5, 6, 7 (повторения цифр допустимы).
 - а) Сколько всего можно составить чисел?
 - б) Сколько всего можно составить четных чисел?
3. Сколькими способами можно выбрать троих студентов на олимпиаду по математике из группы, содержащей 10 студентов?
4. Слова и фразы с переставленными буквами называют анаграммами. Сколько анаграмм можно составить из слова «кукушка»?
5. В группе 30 человек. Сколькими способами могут быть выбраны из них староста и казначей?

Тема 3. Тождественные преобразования

План:

1. Тождественные преобразования целых и рациональных выражений.
2. Тождественные преобразования тригонометрических, показательных и логарифмических выражений.
3. Тождественные преобразования выражений, содержащих обратные тригонометрические функции.
4. Тождественные преобразования выражений, содержащих радикалы.

Литература: [2, с. 38-148, 398-415]; [5, с. 123-439].

Вопросы для самоконтроля:

1. Какие выражения называются целыми?
2. Какие выражения называются рациональными?
3. Сформулируйте основное свойство дроби.
4. Перечислите свойства логарифмов.
5. Как образуются формулы приведения?
6. Выведите формулы двойного угла.
7. Перечислите свойства арифметического квадратного корня.

Задания для самостоятельной работы:

1. Найти решение уравнения: $\log_2(\log_3(\log_4 x)) = 0$.
2. Решить уравнение: $2(\lg 2 - 1) + \lg(5^{\sqrt{x}} + \lg 10) = \lg(5^{1-\sqrt{x}} + 5)$.
3. Найти функцию, обратную данной $y = \frac{10^x - 10^{-x}}{10^x + 10^{-x}} + 1$.
4. При каких значениях параметра a уравнение $2\lg(x+1) = \lg(ax)$ имеет единственное решение.
5. Решить уравнение: $\log_4 x + \log_{\frac{1}{16}} x + \log_8 x^3 = 5$
6. Решить уравнение: $\log_8(7x^2 - 5x - 6) = 2\log_4 \sqrt[3]{3x-1}$
7. Дана функция $f(x) = a \sin 4x + b \cos 2x$. Найти a и b , если известно, что $f'(\frac{7\pi}{12}) = 4$ и $f'(\frac{3\pi}{4}) = 2$.

Тема 4. Элементарные функции

План:

1. Линейные, квадратные, степенные функции.
2. Тригонометрические, показательные и логарифмические функции и их свойства.
3. Графики функций и их преобразование.
4. Исследование функций элементарными методами.

Литература: [1, с. 7-151, 164-189]; [2, с. 116-138, 247-285, 301-350]; [5, с. 123-439].

Вопросы для самоконтроля:

1. Перечислите основные свойства функций.
2. Что такое монотонность функции?
3. Перечислите свойства квадратичной функции.
4. Перечислите свойства тригонометрических функций.
5. Перечислите свойства показательной функции при основании $a > 1$ и при $0 < a < 1$.
6. Перечислите свойства логарифмической функции.
7. Перечислите основные преобразования функций. Приведите примеры.
8. Показать схему исследования функции элементарными методами.

Задания для самостоятельной работы:

1. Найти области определения функций: а) $f(x) = \sqrt{9-x^2} - \log_3 x$, б) $f(x) = \sqrt{1-x} - \frac{x-1}{x+4}$.
2. Построить график функции $f(x) = x^2 - 4x + 5$ и записать его свойства.
3. Найти множество значений функции: $y = 2 - \frac{3}{2x^2 - 8x + 9}$.
4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = -x^2 + x + 2$ на отрезке $[0; 2]$.
5. Докажите, что при $x \leq -1$ функция $y = \frac{x^2 + 1}{x}$ является убывающей.
6. Построить график функции $y = \frac{3x-2}{x-2}$ путем элементарных преобразований.

Тема 5. Планиметрия

План:

1. О методах решения геометрических задач.
2. Понятия и теоремы элементарной геометрии.
3. Треугольники и четырехугольники.
4. Окружности. Вписанные и центральные углы. Касательная к окружности.
5. Площади выпуклых многоугольников.
6. Подобие. Признаки подобия. Применение подобия к решению практических задач.
7. Различные способы решения геометрических задач.

Литература: [2, с. 161-205]; [3, с. 168-225]; [4, с. 10-113]; [5, с. 123-439].

Вопросы для самоконтроля:

1. Назовите основные неопределяемые геометрические понятия.
2. Дайте определение треугольника, назовите его элементы.
3. Что такое высота, медиана и биссектриса треугольника?
4. Что такое средняя линия треугольника, трапеции?
5. Каковы основные соотношения в произвольном треугольнике?
6. Сформулируйте теорему синусов.
7. Сформулируйте теорему косинусов.
8. Запишите все известные вам формулы площади треугольника.
9. Запишите основные соотношения в прямоугольном треугольнике.
10. Перечислите виды четырехугольников.
11. В какой четырехугольник можно вписать окружность?
12. Около какого четырехугольника можно описать окружность?
13. Запишите формулы для нахождения площадей всех видов четырехугольников.
14. Запишите признаки равенства треугольников.
15. Перечислите признаки равенства прямоугольных треугольников.
16. Дать определение окружности и ее элементам.
17. Перечислите признаки подобия треугольников.

Задания для самостоятельной работы:

1. Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите диаметр окружности, если $AB = 15$, $AC = 25$.
2. Найти координаты центра и радиус окружности: $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$.
3. Прямая на плоскости задана уравнением $y = kx + b$, причем $k < 0$, $b > 1$. Через какую четверть не проходит эта прямая?
8. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x - 3y + 2 = 0$ и $5x + 6y - 4 = 0$ параллельно прямой $4x + y + 7 = 0$.
9. Треугольник ABC задан координатами своих вершин $A(1; -2)$, $B(-3; 4)$, $C(0; 5)$. Найти уравнения стороны BC и медианы AK , длину стороны AC .

Тема 6. Стереометрия

План:

1. Прямые и плоскости в пространстве.
2. Угол между скрещивающимися прямыми.
3. Расстояние от точки до прямой, до плоскости и расстояние между скрещивающимися прямыми.
4. Угол между прямой с плоскостью. Угол между плоскостями.
5. Многогранники и круглые тела.
6. Построение сечений многогранников. Площади сечений.
7. Площади поверхностей и объемы многогранников.
8. Комбинации с многогранниками и круглыми телами. Различные способы решения задач.

Литература: [3, с. 226-265]; [5, с. 123-439], [6].

Вопросы для самоконтроля:

1. Какие виды многогранников вам известны?
2. Перечислите виды призм.
3. Запишите формулы для нахождения площадей боковой и полной поверхностей призмы.
4. Запишите формулы для нахождения объема призмы.
5. Дайте определения пирамиды и ее элементов.

6. Перечислите виды пирамид.
7. Запишите формулы для нахождения площадей боковой и полной поверхностей пирамиды.
8. Запишите формулы для нахождения объемов пирамиды и усеченной пирамиды.
9. Дайте определение цилиндра.
10. Запишите формулы для нахождения площадей боковой и полной поверхностей цилиндра.
11. Какие способы построения сечений многогранников вы знаете?
12. В чем состоит суть метода следов?

Задания для самостоятельной работы:

1. Площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы равна 108 см^2 . Диагональ боковой грани наклонена к плоскости основания призмы под углом 45° . Найдите объем призмы.
2. Найдите объем шарового сектора, если радиус шара равен 6 см , а высота соответствующего сегмента составляет шестую часть диаметра шара.
3. Отрезок, соединяющий центр верхнего основания цилиндра с точкой окружности нижнего основания, равен 8 см и образует угол 60° с осью цилиндра. Найдите объем цилиндра.
4. Сечение правильной треугольной призмы, проходящее через сторону основания и противоположащую вершину другого основания, образует с плоскостью основания угол 30° . Высота призмы равна 3 см . Найдите объем призмы.
5. На расстоянии 12 см от центра шара проведено сечение, радиус которого равен 9 см . Найдите объем шара и площадь его поверхности.
6. Прямоугольник, стороны которого относятся как $5:12$, а диагональ равна 13 см , вращается вокруг большей стороны. Найдите объем цилиндра, полученного при вращении.